

12. ÜBUNGSBLATT
Prof. Stefan Friedl PhD

Abgabe spätestens bis *Donnerstag den 23. Januar* um 12 Uhr.

Aufgabe 1. Es sei $Q \in \mathbb{D}$ und es seien s, t zwei Strahlen, welche von Q ausgehen, und welche einen Winkel $\alpha \in (0, \pi)$ aufspannen. Es sei I das Innere des Winkels und es sei $\varepsilon > 0$. Wir schreiben $U := U_\varepsilon(Q) \cap I$.

Wir wählen nun $\kappa \in \mathbb{R}_+$, so dass $d_{\mathbb{D}}(0, \kappa) = \varepsilon$. Es sei $\varphi \in [0, 2\pi]$. Wir definieren

$$T(\varphi, \alpha) := \{re^{i\varphi+t} \mid r \in [0, \kappa) \text{ und } t \in [0, \alpha]\}.$$

Zeigen Sie, dass es zu jedem $\varphi \in [0, 2\pi]$ eine orientierungserhaltende Isometrie f von $\mathbb{D}$ mit $f(I) = T(\varphi, \alpha)$ gibt.

Aufgabe 2. Es sei H_8 das reguläre Oktagon in $\mathbb{D}$ mit Innenwinkel $\frac{\pi}{4}$. Es seien A_1, B_1, A_2, B_2 die Isometrien von $\mathbb{D}$, welche wir in der Vorlesung eingeführt hatten.

- (1) Skizzieren Sie $A_1^{-1}(H_8)$.
- (2) In der Parkettierung von $\mathbb{D}$ durch die Kopien von H_8 , was sind die Farben der Kanten am Eckpunkt Q_1 ?
- (3) Was ist

$$B_2^{-1} \circ A_2^{-1} \circ B_2 \circ A_2 \circ B_1^{-1} \circ A_1^{-1} \circ B_1 \circ A_1$$

angewandt auf H_8 ?

Aufgabe 3. Gibt es eine Fläche, welche aus dem Verkleben von den Seitenflächen eines Hexagons hervorgeht?

Aufgabe 4.

- (1) Was haben die Bilder von Escher mit hyperbolischer Geometrie zu tun?
- (2) Gibt es ein Bild von Escher, welches auf einer Fläche von Geschlecht zwei ‘lebt’?